

Задача 7. Отг. 5. За n години Иван ще е получил:

$$36\,000 + (36\,000 + 900) + (36\,000 + 2.900) + \dots + (36\,000 + (n-1)900) =$$

$$= 36\,000.n + 900(1 + 2 + \dots + (n-1)) = 36\,000n + 900 \frac{n(n-1)}{2} = 36\,000n + 450n(n-1) \text{ лв.}$$

(1 точка)

За n години Мария ще е получила:

$$34\,000 + 34\,000.1,06^1 + 34\,000.1,06^2 + \dots + 34\,000.1,06^{n-1} =$$

$$= 34\,000(1 + 1,06^1 + 1,06^2 + \dots + 1,06^{n-1}) =$$

$$= 34\,000 \cdot \frac{1,06^n - 1}{1,06 - 1} = 34\,000 \cdot \frac{1,06^n - 1}{0,06} = 566\,666,6667(1,06^n - 1) \text{ лв. (1 точка)}$$

Търсим най-малкото естествено число n , за което

$$566\,666,6667 \cdot (1,06^n - 1) > 36\,000n + 450n(n-1).$$

Тъй-като не можем да решаваме такова неравенство, проверяваме:

При $n = 2$

$$\text{Мария: } 566\,666,6667 \cdot (1,06^2 - 1) = 566\,666,6667 \cdot 0,1236 \approx 70\,040 \text{ лв. (1 точка)}$$

$$\text{Иван: } 36\,000 \cdot 2 + 450 \cdot 2 \cdot 1 = 72\,900 \text{ лв. (0,5 точки)}$$

При $n = 3$

$$\text{Мария: } 566\,666,6667 \cdot (1,06^3 - 1) = 566\,666,6667 \cdot 0,191016 = 108\,242,4 \text{ лв.}$$

(1 точка)

$$\text{Иван: } 36\,000 \cdot 3 + 450 \cdot 3 \cdot 2 = 108\,000 + 2700 = 110\,700 \text{ лв. (0,5 точки)}$$

При $n = 4$

Мария:

$$566\,666,6667 \cdot (1,06^4 - 1) = 566\,666,6667 \cdot 0,26247696 = 148\,736,944 \approx 148\,736,94 \text{ лв.}$$

(1 точка)

$$\text{Иван: } 36\,000 \cdot 4 + 450 \cdot 4 \cdot 3 = 144\,000 + 5400 = 149\,400 \text{ лв. (0,5 точки)}$$

При $n = 5$

Мария:

$$566\,666,6667 \cdot (1,06^5 - 1) = 566\,666,6667 \cdot 0,338225578 = 191\,661,1609 \approx 191\,661,16 \text{ лв.}$$

(1 точка)

$$\text{Иван: } 36\,000 \cdot 5 + 450 \cdot 5 \cdot 4 = 180\,000 + 9000 = 189\,000 \text{ лв. (0,5 точки)}$$

Най-малко след 5 години Мария ще е получила общо повече пари от заплати отколкото Иван. **(2 точки)**

По-горе използвахме пресмятания с помощта на обикновен калкулатор:

$$1,06^2 - 1 = 1,1236 - 1 = 0,1236$$

$$1,06^3 - 1 = 1,1236 \cdot 1,06 - 1 = 1,191016 - 1 = 0,191016$$

$$1,06^4 - 1 = 1,191016 \cdot 1,06 - 1 = 1,26247696 - 1 = 0,26247696$$

$$1,06^5 - 1 = 1,26247696 \cdot 1,06 - 1 = 1,338225578 - 1 = 0,338225578.$$

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	A	C	D	B	D	12,5	5